

	TOPOGRAFIA I	
	Aula teórica 07: Tipos de Poligonais/Método das Irradiações.	
	Prof. Dr. Alexandre Bernardino Lopes	

TIPOS DE POLIGONAIS/MÉTODO DAS IRRADIAÇÕES

Conteúdo em vídeo.

Parte 1 - <https://www.youtube.com/watch?v=kGTdDsPsf6o&feature=youtu.be>

Parte 2 - <https://www.youtube.com/watch?v=5U1lrTEFqZ0&feature=youtu.be>

Parte 3 - <https://www.youtube.com/watch?v=G--gq6v7KhI&feature=youtu.be>

Introdução.

Nas aulas anteriores foram apresentadas as formas de se obter distâncias e ângulos e os erros inerentes a estas medidas. Com estas variáveis se determina as coordenadas de pontos de poligonal e irradiações. Assim, esta aula tem como objetivo apresentar os tipos de poligonais, o cálculo de poligonais e o método das irradiações.

Poligonais

A poligonal é constituída de vértices (pontos em que se estaciona o equipamento) cuja localização é planejada de forma a otimizar o levantamento da área e seus elementos. A partir destes pontos é possível medir as distâncias e os ângulos necessários para a determinação das coordenadas tanto dos demais pontos de poligonal quanto das irradiações.

As poligonais são a base do levantamento topográfico. A NBR 13133 define as poligonais principal, secundária e auxiliar:

Definições de poligonais segundo a NBR 13133	
Poligonal	Definição
Principal	<i>Poligonal que determina os pontos do apoio topográfico de primeira ordem.</i>
Secundária	<i>Aquela que, apoiada nos vértices da poligonal principal, determina os pontos do apoio topográfico de segunda ordem.</i>
Auxiliar	<i>Poligonal que, baseada nos pontos de apoio topográfico planimétrico, tem os seus vértices distribuídos na área ou faixa a ser levantada, de tal forma, que seja possível coletar, direta ou indiretamente, por irradiação, interseção ou por ordenadas sobre uma linha-base, os pontos de detalhe julgados importantes, que devem ser estabelecidos pela escala ou nível de detalhamento do levantamento.</i>

Tipos de poligonais

Poligonal fechada

Poligonais fechadas são amplamente utilizadas em levantamentos topográficos, pois apresentam vantagens do controle de fechamento linear e angular. Por definição, uma poligonal fechada parte de um ponto com coordenadas conhecidas (pode ser um ponto com coordenadas já definidas ou arbitrária) e retorna ao ponto inicial percorrendo o trajeto com medições de ângulos e distâncias.

A Figura 01 exemplifica uma poligonal fechada com caminhamento horário de 4 vértices.

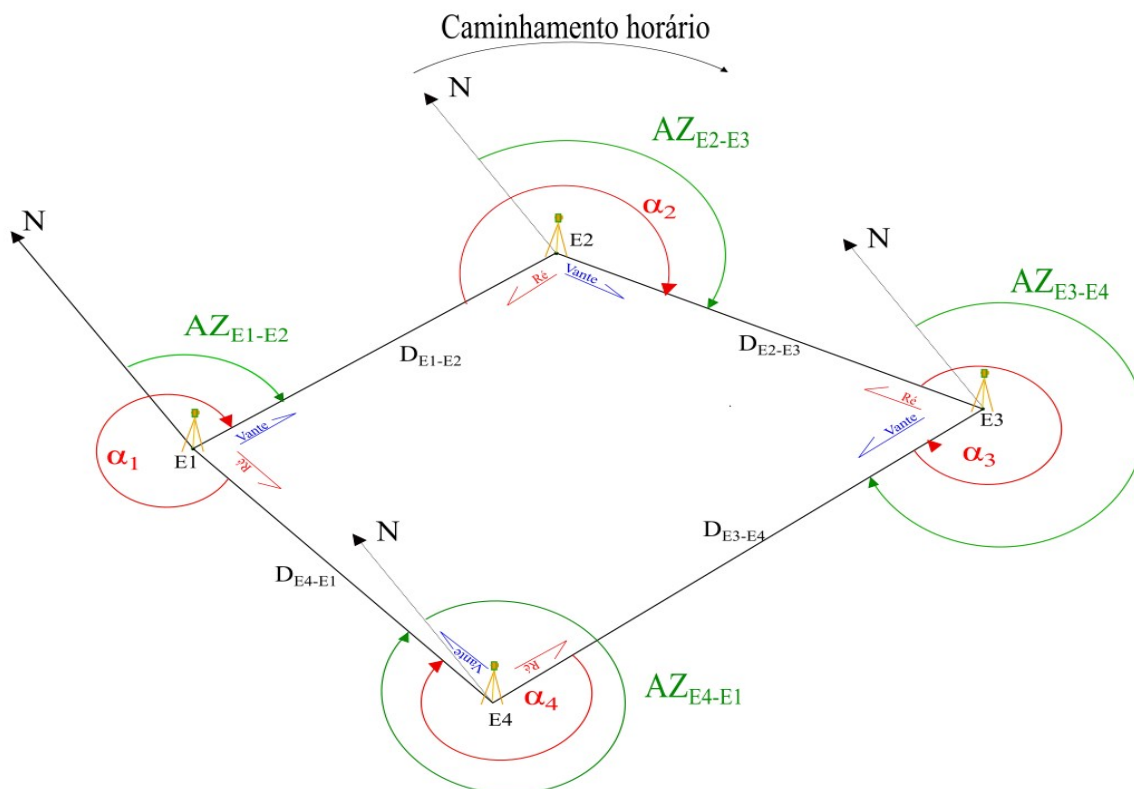


Figura 01 – Poligonal fechada

Na Figura 01 observamos que para cada vértice (local de instalação do equipamento) determina-se um azimute e um ângulo horário, também são determinadas as distâncias entre cada vértice. Considerando que a estação E1 foi o primeiro ponto em que foi estacionado o equipamento, o AZ_{E1-E2} é lido e os demais calculados. Para se medir o ângulo o equipamento deve ser zerado na RÉ (ponto anterior a estação em que se encontra o equipamento) e visa-se a VANTE (ponto posterior em que se encontra o equipamento), no exemplo da figura, considerando o caminhamento horário, a RÉ de E1 é E4 e a VANTE é E2.

A Figura 02 ilustra o princípio do cálculo das coordenadas dos vértices de uma poligonal.

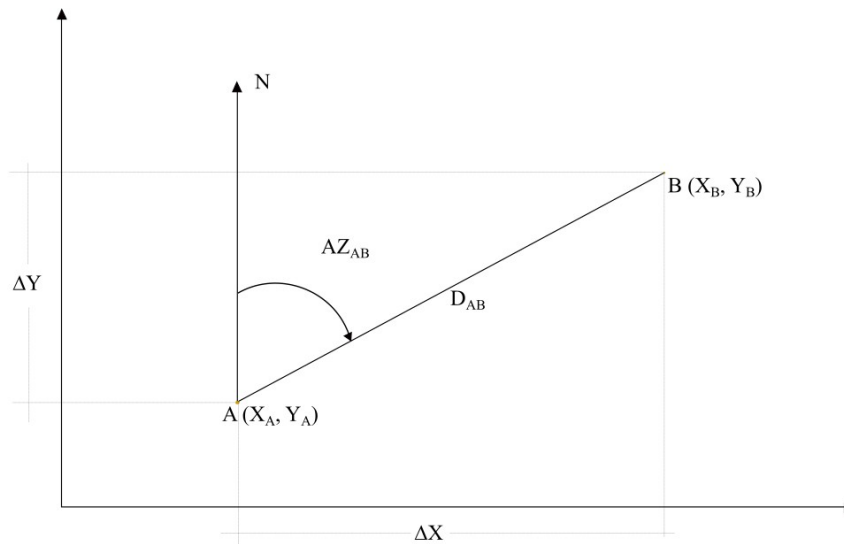


Figura 02 – Cálculo de coordenadas.

No caso da Figura 02, podemos expressar as coordenadas do ponto B por:

$$X_B = X_A + \Delta X \quad (1)$$

$$Y_B = Y_A + \Delta Y \quad (2)$$

$$\Delta X = DH_{(A \rightarrow B)} * \text{sen}(AZ_{AB}) \quad (3)$$

$$\Delta Y = DH_{(A \rightarrow B)} * \cos(AZ_{AB}) \quad (4)$$

Considerando uma poligonal de n vértices temos as fórmulas gerais:

$$X_i = X_{(i-1)} + \Delta X_{(i-1 \rightarrow i)} \quad (5)$$

$$Y_i = Y_{(i-1)} + \Delta Y_{(i-1 \rightarrow i)} \quad (6)$$

$$\Delta X_{(i-1 \rightarrow i)} = DH_{(i-1 \rightarrow i)} * \text{sen}(AZ_{(i-1)}) \quad (7)$$

$$\Delta Y_{(i-1 \rightarrow i)} = DH_{(i-1 \rightarrow i)} * \cos(AZ_{(i-1)}) \quad (8)$$

onde X_i é a coordenada X da VANTE, Y_i é a coordenada Y da VANTE, $X_{(i-1)}$ é a coordenada X do vértice onde se encontra estacionado o equipamento, $Y_{(i-1)}$ é a coordenada Y do vértice onde se encontra estacionado o equipamento, $DH_{(i-1 \rightarrow i)}$ é a distância horizontal entre o vértice em que encontra estacionado o equipamento e a VANTE e $AZ_{(i-1)}$ é o azimuth do alinhamento definido pelo vértice em que encontra estacionado o equipamento ($i-1$) e a VANTE (ponto em que se pretende determinar a coordenada).

Lembrando que:

- Se α é horário $\rightarrow Az_i = Az_{(i-1)} - 180 + \alpha_i \quad (09)$

- Se α é anti-horário $\rightarrow Az_i = Az_{(i-1)} + 180 - \alpha_i \quad (10)$

Como visto anteriormente as distâncias horizontais podem ser obtidas eletronicamente com distanciômetro eletrônico. No caso de taqueometria as equações são:

- Se o ângulo for de inclinação $\rightarrow DH = g * m * \cos^2(i)$ (11)

- Se o ângulo for zenital $\rightarrow DH = g * m * \sin^2(z)$ (12)

Conforme dito anteriormente uma poligonal fechada apresenta a vantagem de se corrigir o erro de fechamento linear e (ep) e o erro angular (ea). A Figura 03 ilustra o erro de fechamento linear.

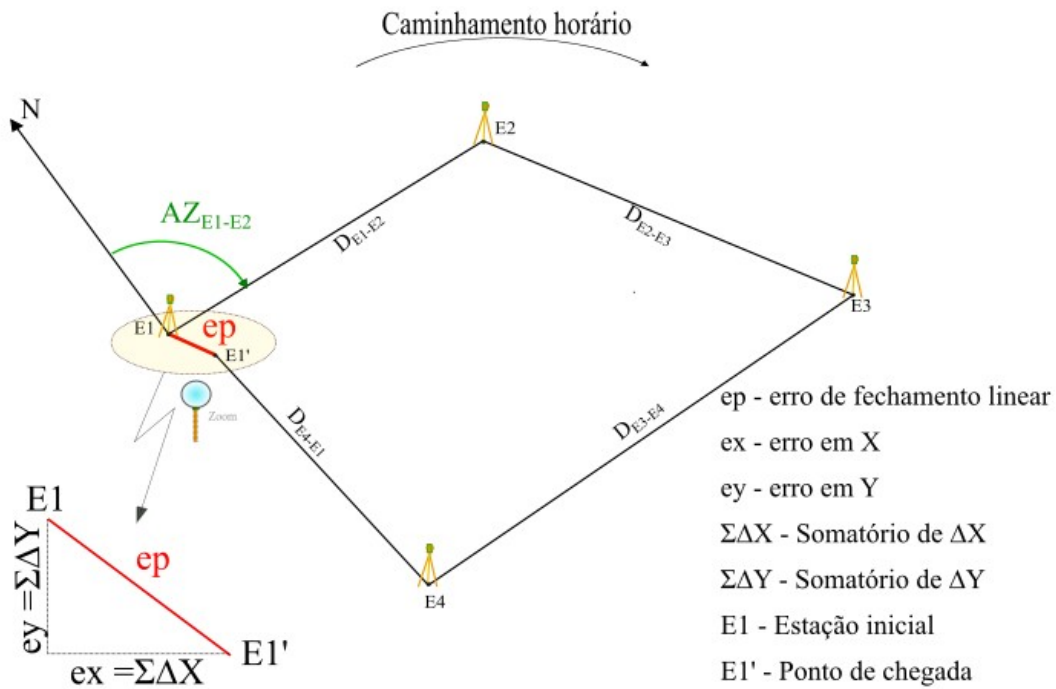


Figura 03 – Erro de fechamento linear.

Matematicamente o erro de fechamento linear é (ep) dado por:

$$ep = \sqrt{e_x^2 + e_y^2} \quad (13)$$

$$e_x = \sum \Delta_x \quad (14)$$

$$e_y = \sum \Delta_y \quad (15)$$

De fato, em uma hipotética poligonal livre de erros o $\sum \Delta_x = 0$ e $\sum \Delta_y = 0$, pois ao se percorrer uma poligonal fechada deve-se retornar para o mesmo ponto.

Geralmente a tolerância é de 1:1000, ou seja, em uma poligonal de 1000 m de perímetro o erro aceitável é de 1 metro (VEIGA; ZANETTI & FAGGION, 2012).

Para verificar se o erro está dentro da tolerância (et):

$$et = \frac{ep}{\sum DH} \quad (16)$$

onde DH são as distâncias entre os vértices da poligonal.

Caso o erro esteja dentro da tolerância deve-se proceder com as correções que são distribuídas para cada vértice da poligonal levando-se em consideração as distâncias horizontais. Assim:

$$cx_i = \frac{-ex * DH_{(i-1)}}{\sum DH} \quad (17)$$

$$cy_i = \frac{-ey * DH_{(i-1)}}{\sum DH} \quad (18)$$

Note que a correção é ponderada com a distância, ou seja, admite-se que quanto maior a distância entre os vértices medidos maior o erro.

O erro de fechamento angular é dado por:

$$ea = \sum \alpha_i - (n - 2) * 180^\circ \quad (19)$$

onde, α_i são os ângulos internos de cada vértice da poligonal

A tolerância de fechamento angular (ε_a) é dada por:

$$\varepsilon_a = p * \sqrt{n} \quad (20)$$

onde, p é a precisão do equipamento e n é o número de vértice da poligonal

Caso o levantamento esteja dentro da tolerância os erros devem ser corrigidos. Para se corrigir o erro de fechamento angular pode-se distribuí-los proporcionalmente em cada vértice. Também se utiliza distribuí-los entre os vértices que conectam os menores lados.

Após a correção do erro de fechamento angular, as coordenadas corrigidas (X_i^C , Y_i^C) são dadas por:

$$X_i^C = X_{(i-1)}^C + DH_{(i-1 \rightarrow i)} * \text{sen}(AZ_{(i-1)}) + cx_i \quad (21)$$

$$Y_i^C = Y_{(i-1)}^C + DH_{(i-1 \rightarrow i)} * \cos(AZ_{(i-1)}) + cy_i \quad (22)$$

Para se estabelecer uma poligonal fechada deve-se ter critério, pois o fechamento desta fora da tolerância inviabiliza o levantamento topográfico. Todos os procedimentos serão apresentados em aulas práticas.

Poligonal enquadrada

As poligonais enquadradas permitem a verificação e correção dos erros, pois ela une pontos topográficos com coordenadas conhecidas. A Figura 04 ilustra uma poligonal enquadrada.

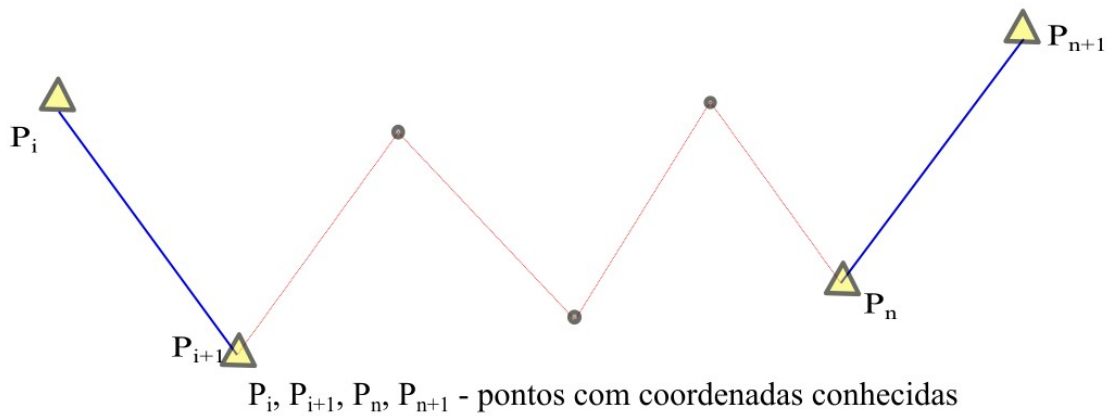


Figura 04 – Poligonal encastrada
(Fonte: Adaptada de VEIGA; ZANETTI & FAGGION, 2012)

Para se determinar o erro de fechamento angular no caso da poligonal encastrada, procede-se da seguinte forma:

1. Determinar o azimute de partida e chegada por:

$$AZ_{partida} = \arctg \frac{(X_{(pi+1)} - X_{(pi)})}{(Y_{(pi+1)} - Y_{(pi)})} \quad (23)$$

$$AZ_{chegada} = \arctg \frac{(X_{(pn+1)} - X_{(pn)})}{(Y_{(pn+1)} - Y_{(pn)})} \quad (24)$$

2. Realizar o transporte de azimute em função dos ângulos horizontais medidos (os cálculos são os mesmos apresentados anteriormente);
3. Calcular o erro angular (ea) por:

$$ea = A^c - A^o \quad (25)$$

onde é o A^c é o azimute oriundo do transporte de azimute e A^o é o azimute obtido a partir das coordenadas.

Para se calcular as coordenadas e corrigir os erros (linear e angular) os procedimentos são os mesmos utilizados no cálculo da poligonal fechada.

Poligonal aberta

A poligonal aberta (Figura 05) parte de um ponto com coordenadas conhecidas e diferentemente da poligonal encastrada não se tem pontos com coordenadas conhecidas na chegada, impossibilitando o a verificação e correção de fechamento linear e angular. Esta característica é uma grande desvantagem no uso de poligonais abertas em levantamentos topográficos.

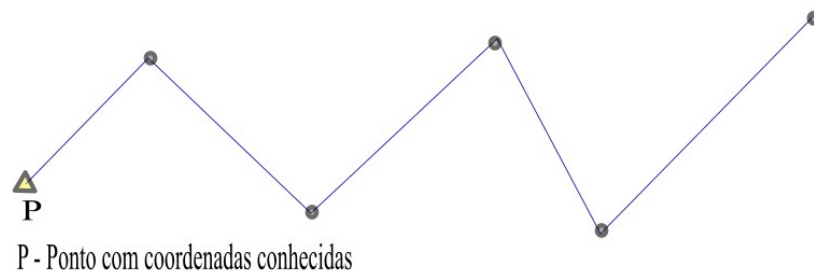


Figura 05 – Poligonal aberta.

O cálculo de uma poligonal aberta obedece o mesmo procedimento da poligonal fechadas, sem a possibilidade de se corrigir os erros, ou seja, utilizamos as expressões (09) e (10) para o cálculo de azimutes e as expressões (05), (06), (07) e (08) para o cálculo das coordenadas.

A NBR 13133 especifica os tipos de poligonais em função da finalidade.

Método das Irradiações

O levantamento pelo método da irradiação pode ser feito quando são conhecidas as coordenadas dos vértices da poligonal. Assim as coordenadas do ponto irradiados são determinadas a partir do vértice da poligonal (coordenadas conhecidas ou calculadas) e da medida dos ângulos (em equipamentos que não possuem distanciômetro eletrônico é necessário também a medida do ângulo vertical) e distância horizontal.

A Figura 06 ilustra o método das irradiações e tem como objetivo resumir os procedimentos de um levantamento topográfico por irradiação.

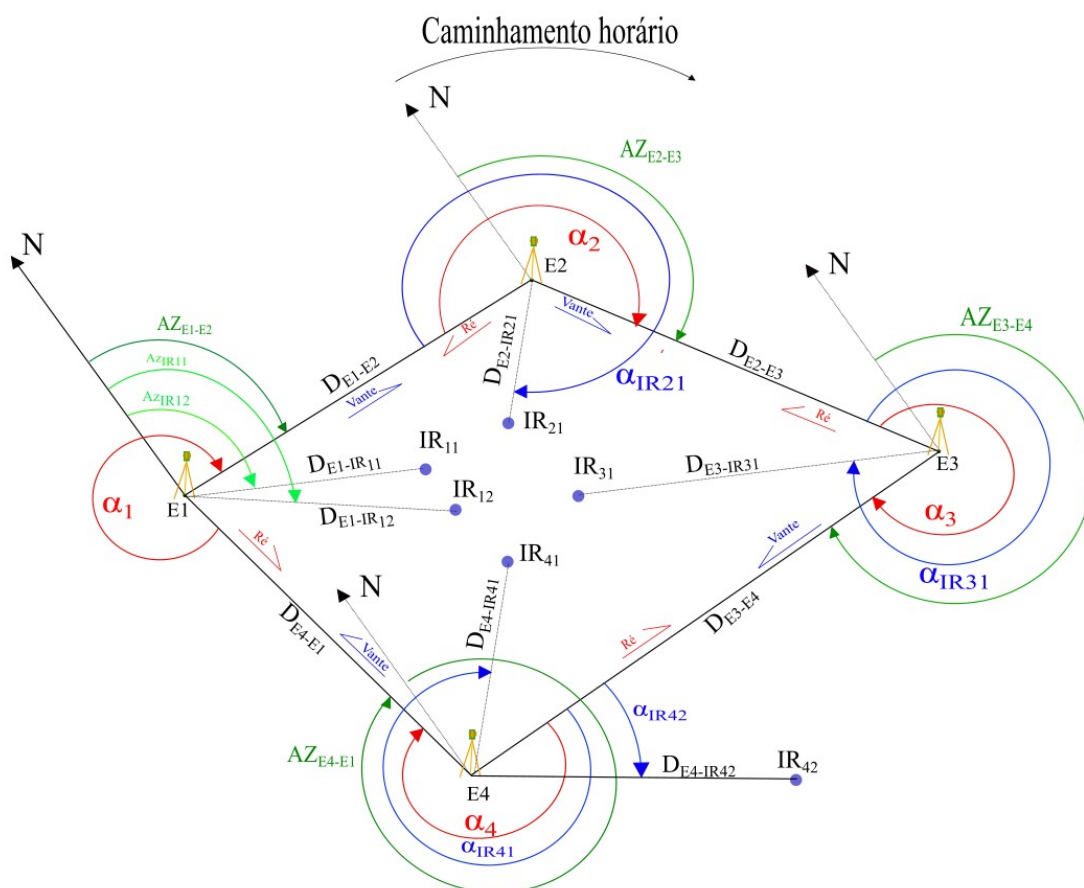


Figura 06 – Método da irradiação.

Através da Figura 06 podemos constatar que:

- Na estação E1 o azimute do alinhamento E1-E2 (AZ_{E1-E2}) é lido;
- Os azimutes (AZ_{IR11} e AZ_{IR12}) das irradiações (IR11 e IR22) da estação E1 também não são calculados, uma vez que o ângulo horizontal nesta estação foi referenciado no norte;
- Para se medir os ângulos horizontais (neste caso horário) a RÉ é a referência, assim zeramos o ângulo horizontal na RÉ e mira-se a VANTE e as irradiações;
- Todas as distâncias devem ser medidas eletronicamente ou por taqueometria (neste caso é necessário ler o ângulo vertical);
- Os azimutes das estações E2 (AZ_{E2-E3}), E3 (AZ_{E3-E4}) e E4 (AZ_{E4-E1}) são calculados obedecendo a regra de transporte de azimutes;
- Os azimutes das irradiações nas estações E2, E3 e E4 são calculados, sendo que o procedimento é o mesmo para se calcular o azimute da estação seguinte;
- O cálculo das coordenadas dos pontos de poligonal obedecem aos mesmos procedimentos mostrados anteriormente;
- As coordenadas das irradiações são determinadas de forma similar aos pontos de poligonal. É importante frisar que em poligonais que possibilitam corrigir os erros de fechamento (poligonais fechadas ou enquadradas) são as coordenadas corrigidas das poligonais que devem ser usadas no cálculo de coordenadas das irradiações.

As coordenadas das irradiações são dadas por:

$$X_{Ei}^{IR} = X_{(Ei)}^C + DH_{(Ei \rightarrow IR)} * \sin(AZ_{(Ei \rightarrow IR)}) \quad (26)$$

$$Y_{Ei}^{IR} = Y_{(Ei)}^C + DH_{(Ei \rightarrow IR)} * \cos(AZ_{(Ei \rightarrow IR)}) \quad (27)$$

onde X_{Ei}^{IR} e Y_{Ei}^{IR} são as coordenadas da irradiação de uma estação Ei , X_{Ei}^C e Y_{Ei}^C são as coordenadas corrigidas (quando é possível a correção) da estação Ei da poligonal; $DH_{(Ei \rightarrow IR)}$ é a distância horizontal entre a estação Ei e a irradiação IR e $AZ_{(Ei \rightarrow IR)}$ é o azimute do alinhamento $Ei R$.

Exercícios

1) Um agrimensor estaqueou uma poligonal de 4 vértices de acordo com os dados da tabela que segue. O equipamento foi estacionado inicialmente no ponto A , cujas coordenadas iniciais são $X=1000,00$ e $Y=1000,00$. O azimute lido de A para B é 276° e os ângulos medidos foram horários e estão em grau e fração de grau.

DADOS DE CAMPO							
Azimute lido de A para B = 276							
RÉ	ESTACÃO	VANTE	FI	FM	FS	HZ	Zenital
D	A	B	0,5756	1,538	2,5000	60,1788	88,1000
A	B	C	0,4535	1,3767	2,3000	101,3762	88,0000
B	C	D	0,8437	1,8218	2,8000	52,0549	91,0000
C	D	A	0,9272	1,4636	2,0000	146,3901	90,0100

Com os dados faça:

- Determine as distâncias reduzidas com os fios estadimétricos;
- Verifique os erros de fechamento angular e linear e se estes estão dentro da tolerância;
- Determine as coordenadas corrigidas de cada ponto;

Resposta

Azimute inicial:276											
Estaca	Pt Visado	Angulo Horizontal	Azimute lido	Azimute Calculado	Distancia Reduzida	ΔX	Cex	Δy	Cey	XC	YC
A	B	60,179	276,000		192,228	-191,175		20,093		1000,000	1000,000
B	C	101,376		197,376	184,425	-55,078	0,103	-176,009	0,061	808,927	1020,155
C	D	52,055		69,431	195,570	183,103	0,099	68,710	0,059	753,949	844,205
D	A	146,390		35,821	107,280	62,786	0,105	86,988	0,063	937,156	912,978
A							0,057		0,034	1000,000	1000,000
		Soma distâncias			679,504						
					Σ	-0,364	0,364	-0,217	0,217		
		Erro angular	0,000								
		Tolerância	Sim			Erro linear		0,424			
						Tolerância		0,001	Sim		

Note que foram calculadas as coordenadas das estacas.

2) Determine as coordenadas das irradiações considerando que estes foram irradiados do vértice C da poligonal do exercício 1. O azimute do alinhamento *BC* é de 197,3762° e as coordenadas do ponto B são X= 808,927 e Y=1020,155. Os dados encontram-se na tabela que segue.

Estaca	Pt Visado	Angulo Horizontal	Azimute	Distancia	X	Y
B		Horário		Reduzida	808,927	1020,155
B	C		197,3762	184,425		
C	IR1	39,95		4,36		
C	IR2	85,65		10,32		
C	IR3	134,429166666667		52,5		

Resposta

		Angulo Horizontal	Azimute	Distancia					coordenadas Pt visados	
Estaca	Pt Visado	horário	lido	Reduzida	ΔX	Cex	Δy	Cey	X	Y
B									808,927	1020,155
B	C		197,3762	184,425	-55,077	0,099	-176,009	0,059	753,949	844,205
C	IR1	39,9500	57,3262	4,36	3,670		2,354		757,619	846,559
C	IR2	85,6500	103,0262	10,32	10,054		-2,326		764,003	841,879
C	IR3	134,4292	151,8054	52,5	24,805		-46,271		778,753	797,935

Observar que foi aplicada a correção nas coordenadas do ponto C, pois estas são oriundas de uma poligonal fechada, assim os cálculos das irradiações devem ser realizados com as coordenadas dos vértices da poligonal corrigidos.

As coordenadas calculadas foram dos pontos visados.

Bibliografia

ABNT, Associação Brasileira de Normas Técnicas: NBR 13133: Execução de levantamento topográfico – procedimento. Rio de Janeiro, 1994.

VEIGA, L. A. K.; ZANETTI, M. A. Z.; FAGGION, P. L. Fundamentos de Topografia. Engenharia Cartográfica e de Agrimensura Universidade Federal do Paraná. UFPR. 2012.